ՏԵՂԵԿԱՏՎԱԿԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐ

ԶՈՒԳԱՄԵՏ ՇԱՐՔԵՐՈՎ ԱՆԿՅԱՆ ՄՈՏԱՎՈՐ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄ: ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ և ՃՇՏՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

https://doi.org/10.59982/18294359-25.2-zs-19

Արտակ Ռաֆիկի Մարտիրոսյան
ֆիզ. մաթ. գ. թ.
ՀԵՀ, ՏՏ և կիրառական մաթեմատիկայի ամբիոն
artrmart@gmail.com

Վարդան Ժորեսի Հայրապետյան
տեխ. գ. դ., պրոֆեսոր
ՀԵՀ, ՏՏ և կիրառական մաթեմատիկայի ամբիոն
vardan.hayrapetyan.56@mail.ru

Ամփոփագիր

Սույն աշխատանքում առաջարկվում է զուգամետ շարքերով մոտավոր հաշվարկման ալգորիթմ, որը հնարավորություն է տալիս լուծել բազմաթիվ արդիական խնդիրներ: Այսպիսի մոտեցումները, հատկապես, արդիական են ժամանակակից աշխարհում, որտեղ թվային մոդելավորումը և մոտավոր հաշվարկները կենտրոնական դեր են խաղում գիտության և ինժեներության բազմաթիվ ոլորտներում: Երկրաչափության կառուցման խնդիրների դեպքում, որոնք ունեն նաև մի շարք կարևոր ոլորտներում կիրառություններ, առաջանում են լուծման որոշակի դժվարություններ: Մասնավորապես, այդպիսի խնդիր է հանդիսանում, միայն կարկինի և քանոնի կիրառմամբ, անկյան երեք հավասար մասերի բաժանման խնդիրը: Մի շարք գործնական կիրառություններում ինչ-որ ճշտությամբ մոտավոր բաժանումը ևս բավարար է լինում: Սույն աշխատանքում դիտարկվում է զուգամետ շարքերով մոտավոր հաշվարկման ալգորիթմը անկյունը երեք հավասար մասերի բաժանման խնդրի օրնակով, որի համար Python ծրագրով կազմվել է հաշվարկման ծրագրային կոդ:

Դիտարկվող ալգորիթմը կարող է ունենալ այնպիսի ոլորտներում գործնական կիրառություններ, ինչպիսիք են՝

- Ատամնանիվների նախագծում և պատրաստում:
- Համակարգչային Թվային Կառավարմամբ (CNC) թվային կոորդինատներով մեքենաների շարժումների վերահսկում:
- Օպտիկական, գիտական և այլ սարքերում, ընդլայնված օպտիկական բաղադրիչների (հատուկ պրիզմաներ, դիֆրակցիոն ցանցեր կամ մասնագիտացված ոսպնյակներ) նախագծում:
- Մեքենայական Ուսուցման և նեյրոնային ցանցերում երկրաչափական տվյալների հետ աշխատելիս կամ տարածական փոխակերպումներ իրականացնելիս և այլն:

Հիմնաբառեր. Անկյան բաժանում, ալգորիթմ, թվային շարք, զուգամիտություն, բացարձակ սխալ, հաշվարկի ճշտություն:

ՏԵՂԵԿԱՏՎԱԿԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐ

Ներածություն

Տեղեկատվական տեխնոլոգիաների կիրառության բազմաթիվ կարևորագույն ոլորտներում առաջանում են զուգամետ շարքերով մոտարկման խնդիրներ, որոնց մոտավոր լուծումները լիարժեք բավարար են պրակտիկ կիրառությունների համար։

Բարձր ծանրաբեռնվածությամբ աշխատող տեղեկատվական համակարգերի (ցանցերի, սերվերների) աշխատանքի մոդելավորման և գնահատման ժամանակ կիրառվող հերթերի տեսության (FIFO, LIFO[1]) մոդելներում [Гнеденко и др.] առաջանում են հավանականությունների տեսությունից հայտնի կայուն բաշխումներ և կայուն բաշխումներին համալուծ բաշխումներ, որոնց խտության ֆունկցիան ներկայացվում է զուգամետ շարքերի տեսքով[2]։ Նույնատիպ սպասարկման մոդելներ են առաջանում նաև ապահովագրական երկարաժամկետ կոլեկտիվ ռիսկերի մոդելավորման խնդիրներում [Мартиросян]։ Բոլոր այդպիսի ծանրաբեռնված և արագ սպասարկման հերթերի մոդելներում, սահմանափակ տեխնիկական ռեսուրսների առկայության դեպքում, խիստ անհրաժեշտություն է առաջանում շարքերի մոտավոր հաշվարկման ալգորիթմների կիրառությունը, իսկ որոշակի ճշտության ապահովումը լինում է նաև բավարար համակարգերի անխափան աշխատանքի համար։

Սույն աշխատանքում ներկայացվում է զուգամետ շարքերով մոտավոր հաշվարկման ալգորիթմ՝ երկրաչափական կառուցման խնդրի օրինակով։ Դիտարկվում է տրված անկյան 2/3 և 1/3 մասերի բաժանման խնդիրը, ցույց է տրվում, թե ինչպես կարելի է հասնել ցանկալի ճշտության՝ ապահովելով գործնական կիրառելիություն։ Հիմնավորումները ներառում են անկյան բաժանման համար կիրառվող թվային շարքերի կազմումը և մնացորդային անդամի գնահատումը։

Երկրաչափական կառուցումները հանդիսանում են մաթեմատիկայի հնագույն ճյուղերից մեկը, որի արմատները հասնում են մինչև Հին Հունաստան։ Էվկլիդեսի «Սկզբունքներ» աշխատությունը դրել է դասական երկրաչափության հիմքերը, որտեղ բոլոր կառուցումները պետք է կատարվեին միայն երկու գործիքի՝ անգծանշան քանոնի (ուղիղ գծեր գծելու համար) և կարկինի օգնությամբ։ Այս սահմանափակումները հանգեցրել են մի շարք հայտնի խնդիրների, որոնք դարեր շարունակ դժվարությամբ էին լուծվում կամ, ինչպես հետագայում պարզվեց, անլուծելի էին դասական մեթոդներով։ Այդպիսի խնդիրներից են՝ շրջանագիծը քառակուսիացնելը, խորանարդը կրկնապատկելը և անկյունը եռահատելը։

Անկյան եռահատման խնդիրը, պահանջում է կամայական անկյունը բաժանել երեք հավասար մասերի՝ օգտագործելով միայն քանոն և կարկին։ Չնայած դարեր շարունակ կատարված բազմաթիվ փորձերին, 19 - րդ դարում Պիեռ Վանցելը մաթեմատիկորեն ապացուցեց, որ այս խնդիրը, ընդհանուր դեպքում, անլուծելի է դասական երկրաչափության միջոցներով։ Սա նշանակում է, որ գոյություն չունի համընդհանուր ալգորիթմ, որը քանոնի և կարկինի սահմանափակումներով հնարավորություն կտա ցանկացած անկյուն բաժանել երեք հավասար մասի։

Չնայած դասական անլուծելիությանը, մաթեմատիկոսները և ինժեներները մշակել են տարբեր մեթոդներ կամ օգտագործել են այլ գործիքներ, որպեսզի լուծեն այս խնդիրը գործնական կիրառությունների համար։ Սույն աշխատանքը հենց այդ մոտեցումներից մեկն է։ Այն է անկյան բաժանման խնդիրը լուծել թվային շարքերի օգնությամբ՝ ապահովելով բարձր ճշտություն, որը բավարար է գործնական շատ իրավիճակներում։ Այս մոտեցումը հնարավորություն է տալիս

[1] FIFO – First input first output, LIFO – Last input first output.

[2] Օրինակ՝ $f(x,t) = \frac{t}{\gamma\pi x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}[\mathrm{t}\pm\mathrm{x}]^n\Gamma\left(\frac{n+1}{\gamma}\right)x^{-\frac{n+1}{\gamma}}\sin\left(\frac{n+1}{\gamma}\pi\right), 1 < \gamma \leq 2.$

շրջանցել դասական սահմանափակումները՝ օգտագործելով անվերջ շարքերի զուգամիտության հատկությունները:

Սույն հոդվածում դիտարկվող ալգորիթմը, որը վերաբերում է անկյունների ճշգրիտ թվային բաժանմանը, կարող է կիրառվել նաև արհեստական բանականության (ԱԲ) տարբեր ոլորտներում, հատկապես այն դեպքերում, երբ երկրաչափական ճշգրտությունը կարևոր է (ռոբոտատեխնիկա, համակարգչային տեսողություն և այլն):

Շարքերով մոտարկման մեթոդը կարող է կիրառվել արհեստական բանականությամբ աշխատող սարքերի, ռոբոտների, անօդաչու կամ հեռակառավարվող այլ սարքերի շարժումները (շարժիչների ճշգրիտ անկյունային պտույտները) չափազանց ճշգրիտ անկյուններով իրականացման համար: Այդպիսի օրինակներ են վիրահատությունները, միկրոէլեկտրոնիկայի հավաքումը կամ նույնիսկ նկարչությունը: Համակարգչային տեսողության (computer vision) մեջ, օբյեկտների ճանաչումը, դրանց դիրքի (pose estimation) կամ շարժման վերլուծությունը հաճախ պահանջում են անկյունների ճշգրիտ չափում և բաժանում պատկերների կամ 3D տվյալների մեջ:

Այս բոլոր դեպքերում, թվային շարքերի միջոցով անկյունների ճշգրիտ բաժանման մեթոդաբանությունը կարող է ծառայել որպես հիմնարար գործիք՝ բարձրացնելու ալգորիթմների ճշգրտությունը, կայունությունը և հուսալիությունը:

Թվային շարքերի կիրառումը անկյան բաժանման խնդրում

Անկյունը թվային շարքերի միջոցով բաժանելու գաղափարը հիմնված է այն սկզբունքի վրա, որ շատ երկրաչափական մեծություններ կարող են ներկայացվել որպես անվերջ շարքերի գումարներ: Եթե կարողանանք տրված անկյան կամ նրա մասի մեծությունը համապատասխանեցնել որևէ զուգամետ շարքի, ապա շարքի մասնակի գումարների միջոցով հնարավոր կլինի ստանալ անկյան մոտավոր արժեքը ցանկալի ճշգրտությամբ: Այս մոտեցումը հատկապես արդյունավետ է այն դեպքերում, երբ դասական կառուցումները անհնար են կամ չափազանց բարդ:

Դիտարկենք հետևյալ ընդհանուր մոտեցումը: Ենթադրենք ցանկանում ենք α անկյունը բաժանել n հավասար մասի, այսինքն՝ ստանալ α/n անկյունը: Եթե կարողանանք այս α/n անկյունը կապել մի այնպիսի թվային շարքի հետ, որի գումարը հավասար է α/n-ին, ապա շարքի բավարար թվով անդամներ գումարելով՝ կստանանք անկյան մոտավոր արժեքը: Ճշտությունը կախված կլինի շարքի զուգամիտության արագությունից և հաշվարկվող անդամների քանակից:

Անկյան $2/3$ մասի բաժանումը

Նախ դիտարկենք անկյան $2/3$ մասի կառուցումը, դիտարկելով հետևյալ նշանափոխ շարքը.

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\cdots+(-1)^{n+1}\frac{1}{2^{n-1}}+\cdots \qquad (1)$$

(1) շարքն ըստ Լայբնիցի թեորեմի [Պիսկունով, 297], [Фихтенгольц, 381] զուգամետ է և հանդիսանում է երկրաչափական պրոգրեսիա, որի առաջին անդամն է $a=1$, իսկ հայտարարը՝ $q=-1/2$: Քանի որ $|q|<1$, հետևաբար (1) շարքը զուգամետ է և գումարը կլինի.

$$S=\frac{a}{1-q}=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}:$$

Այսպիսով, եթե տրված անկյան չափն ընդունենք 1 միավոր, ապա շարքի գումարը մեզ կտա այդ անկյան $2/3$ մասը:

Ճշտության գնահատումը

Գործնական կիրառությունների համար անհրաժեշտ է իմանալ, թե շարքի քանի անդամ է բավարար անհրաժեշտ ճշգրտություն ապահովելու համար: Մասնակի գումարի ճշգրտությունը որոշվում է մնացորդային անդամի մեծությամբ: Եթե S_n - ը շարքի առաջին n անդամների գումարն է, ապա սխալը կլինի $R_n = S - S_n$: R_n – ը շարքի մնացորդային մասն է, որի գումարը դրական է և արժեքը չի գերազանցում (1) շարքի $n = 2k + 1$ – րդ անդամի ($k = 0,1,2,\ldots$) բացարձակ արժեքին:

Օրինակ, հաշվենք (1) շարքի գումարը 10^{-3} ճշտությամբ: δ սխալի համար, որը բացարձակ մեծությամբ փոքր է չհաշվարկված $n + 1$ – րդ անդամից, կունենանք.

$$\delta < |R_n| \le \left|(-1)^{n+2}\frac{1}{2^n}\right| = \frac{1}{2^n} < 10^{-3}:$$

Հետևաբար՝ $2^n > 10^3$, կամ՝ $n > \frac{3\ln 10}{\ln 2} \approx 9.96578 \approx 10$: Կամ՝ քանի որ $2^{10} = 1024$, ապա $n = 10$ անդամ բավարար է 10^{-3} ճշգրտություն ապահովելու համար: Սա նշանակում է, որ շարքի առաջին 10 անդամները գումարելով՝ կստանանք անկյան 2/3 մասի մոտավոր արժեքը 0.001-ից փոքր սխալով:

Այսպիսով՝ տրված անկյունը 2/3 մասի բաժանելու համար սկզբից այն բաժանում ենք երկու մասի, այնուհետև մի կեսը նորից բաժանում երկու մասի և այդպես շարունակ՝ ըստ (1) շարքի հերթականության:

Այժմ նույն ձևով կառուցենք անկյան 1/3 մասը՝ վերցնելով հետևյալ նշանափոխ շարքը.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \cdots + (-1)^{n+1}\frac{1}{2^n} + \cdots \tag{2}$$

Այս շարքը նույնպես երկրաչափական պրոգրեսիա է, որի առաջին անդամն է $a = 1/2$ և հայտարարը $q = -1/2$: Քանի որ $|q| < 1$, այս շարքը զուգամետ է և նրա գումարը հավասար է՝

$$S = \frac{a}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}:$$

Այսպիսով, շարքի գումարը հավասար է 1/3-ի և այն մեզ կտա տրված անկյան 1/3 մասը:

Ինչպես (1) շարքի դեպքում, այնպես էլ (2) շարքի համար մնացորդային անդամի գնահատումը կատարվում է Լայբնիցի թեորեմի հիման վրա: Եթե դիտարկում ենք առաջին n անդամների գումարը, ապա δ' սխալը կլինի ավելի փոքր, քան հաջորդ՝ $(n+1)$ - րդ $a'_{n+1} = (-1)^{(n+1)+1}\frac{1}{2^{n+1}}$ անդամի բացարձակ արժեքը: Օրինակ՝ 10^{-3} ճշգրտությամբ արդյունք ստանալու համար պետք է բավարարվի հետևյալ անհավասարությունը.

$$\delta' < |R_n'| \le \left|(-1)^{n+2}\frac{1}{2^{n+1}}\right| = \frac{1}{2^{n+1}} < 10^{-3}:$$

Հետևաբար, $2^{n+1} > 1000 \Rightarrow n + 1 > 3\log_2 10 \approx 9.965$: Այսպիսով՝ $n \ge 9$ դեպքում, (2) շարքի առաջին 9 անդամները գումարելով՝ կստանանք անկյան 1/3 մասի մոտավոր արժեքը 0.001 - ից փոքր սխալով:

Գործնական կիրառություններ

Չնայած այս մեթոդը չի տրամադրում «ճշգրիտ» երկրաչափական կառուցում քանոնի և կարկինի միջոցով, այն ապահովում է շատ բարձր ճշգրտություն, որը հաճախ բավարար է ինժեներական, ճարտարապետական և այլ գործնական կիրառություններում: Ժամանակակից թվային գործիքների և համակարգիչների միջոցով շարքերի անդամների գումարումը կարող է կատարվել ակնթարթորեն՝ ցանկացած անհրաժեշտ ճշգրտությամբ: Մեթոդի առավելություններից է ցանկալի ճշտության հասնելու հնարավորությունը՝ պարզապես շարքի ավելի շատ անդամներ գումարելով: Քանի որ շարքերը զուգամիտում են բավականին արագ (երկրաչափական պրոգրեսիա), համեմատաբար քիչ անդամների հաշվարկը կարող է ապահովել բարձր ճշգրտություն:

Բերենք որոշ գործնական օրինակներ, որտեղ կարող է կիրառվել հոդվածում ներկայացված ալգորիթմը:

- Ատամնանիվների պատրաստման և ինդեքսավորման աշխատանքներում, երբ անհրաժեշտ է արտադրել բաղադրիչ՝ կենտրոնական առանցքի շուրջ ճշգրիտ տեղակայված ատամներով, անցքերով կամ այլ տարրերով:
- Ժամանակակից Համակարգչային Թվային Կառավարման (CNC) ժամանակ մեքենայի շարժումները վերահսկվում են թվային կոորդինատներով և ճշգրիտ անկյունային արժեքներով: Թվային շարքերի մեթոդը կարող է օգտագործվել ճշգրիտ անկյունային դիրքերը չափազանց բարձր ճշգրտությամբ հաշվարկելու համար: Հաշվարկված անկյունն այնուհետև ուղղակիորեն թարգմանվում և փոխանցվում է մեքենայական հրահանգների:
- Օպտիկական, գիտական և այլ սարքերում, ընդլայնված օպտիկական բաղադրիչների (հատուկ պրիզմաներ, դիֆրակցիոն ցանցեր կամ մասնագիտացված ոսպնյակներ) նախագծումը հաճախ պահանջում է անկյուններ, որոնք հաշվարկվում են ճառագայթները ուղղորդելու համար (օրինակ՝ լազերային ճառագայթը բաժանելով բազմաթիվ, ճշգրիտ անկյունային ելքային ուղիների և այլն): Ինչպես նաև, բարձր ճշգրտության գիտական սարքերի (աստղադիտակներ, սպեկտրոմետրեր, գոնիոմետրեր) կալիբրացիան հիմնված է չափազանց ճշգրիտ անկյունային դիրքավորման և չափման վրա:
- Մեքենայական Ուսուցման և նեյրոնային ցանցերում երկրաչափական տվյալների հետ աշխատելիս կամ տարածական փոխակերպումներ իրականացնելիս ճշգրիտ անկյունային հաշվարկները, օրինակ՝ գրաֆիկական նեյրոնային ցանցերում, որոնք մշակում են տարածական կամ երկրաչափական տվյալներ, կամ ֆիզիկայի վրա հիմնված մոդելներում, որոնք դիտարկում են օբյեկտների շարժումը և փոխազդեցությունը:

Բերված բոլոր օրինակներում թվային շարքերի մեթոդի առավելությունը կայանում է նրա ցանկացած անկյունային բաժանման համար կամայականորեն բարձր ճշգրտություն ապահովելու ունակության մեջ՝ հաղթահարելով դասական երկրաչափական գործիքների սահմանափակումները:

Ստորև ներկայացված է Python ծրագրով կազմված ծրագրային կոդ, որը կիրառում է հոդվածում նկարագրված մեթոդաբանությունը՝ անկյունների բաժանումը թվային շարքերի միջոցով մոտարկելու համար: Այն հնարավորություն է տալիս նախապես ընտրել անկյան բաժանման թիրախային մասը (2/3 կամ 1/3) և սահմանել ցանկալի ճշգրտությունը: Այնուհետև հաշվարկելով շարքի անդամների անհրաժեշտ քանակը՝ այդ ճշգրտությանը հասնելու համար, գումարում է շարքի անդամները՝ ստանալով անկյան մոտավոր արժեքը[3]:

Անկյան բաժանման ալգորիթմի (Python) ծրագրային կոդ

```
import math
def calculate_angle_division(target_fraction: float, precision: float) -> tuple[float, int]:
if precision <= 0:
raise ValueError("Ճշգրտությունը (precision) պետք է լինի դրական թիվ:")
# Հաշվարկել անդամների նվազագույն քանակը (N), որն անհրաժեշտ է պահանջվող
#ճշգրտության համար:
# Զուգամիտող նշանափոխ շարքերի համար սխալի բացարձակ արժեքը, որը չի գերազանցում
```

[3] Անհրաժեշտ է պատճենել կոդը Python միջավայրում (օրինակ՝ Jupyter Notebook, PyCharm կամ պարզապես Python ֆայլ) և գործարկել այն:

```
# առաջին չհաշվարկված անդամի բացարձակ արժեքը:
num_terms = math.ceil(math.log2(1/ precision))
approx_sum = 0
# Ստուգել թիրախային բաժանումը և գումարել համապատասխան շարքը
if abs(target_fraction - (2/3)) < 1e-9:
# Շարքը 2/3-ի համար ( (1) բանաձևը):
for k in range(num_terms):
approx_sum += ((-1)**k) / (2**k)
elif abs(target_fraction - (1/3)) < 1e-9:
# Շարքը 1/3-ի համար (հոդվածի (2) բանաձևը):
for k in range(1, num_terms + 1): # k-ն սկսվում է 1-ից
approx_sum += ((-1)**(k+1)) / (2**k)
else:
raise ValueError("Անկյան թիրախային բաժանումը պետք է լինի 2/3 կամ 1/3:")
return approx_sum, num_terms
# --- Գործնական Օրինակներ ---
if __name__ == "__main__":
print("--- Անկյան Բաժանման Ալգորիթմի Կիրառություն ---")
# Օրինակ 1: Հաշվարկել անկյան 2/3 մասը 0.001 ճշգրտությամբ
target_fraction_1 = 2/3
precision_1 = 0.001
try:
result_1, terms_1 = calculate_angle_division(target_fraction_1, precision_1)
print(f"\nՕրինակ 1: Անկյան {target_fraction_1:.4f} մասը {precision_1} ճշգրտությամբ:")
print(f"  Մոտավոր արժեքը: {result_1:.6f}")
print(f"  Օգտագործված անդամների քանակը: {terms_1}")
print(f"  Սպասվող ճշգրիտ արժեքը: {target_fraction_1:.6f}")
print(f"  Սխալի առավելագույն սահմանը (1/2^{terms_1}): {1/(2**terms_1):.6f}")
except ValueError as e: print(f"Սխալ: {e}")
--- Անկյան Բաժանման Ալգորիթմի Կիրառություն ---
Օրինակ 1: Անկյան 2/3 մասը 0.001 ճշգրտությամբ:
Մոտավոր արժեքը: 0.666016
Օգտագործված անդամների քանակը: 10
Սպասվող ճշգրիտ արժեքը: 0.666667
Սխալի առավելագույն սահմանը (1/2^10): 0.000977
#Օրինակ 2: Հաշվարկել անկյան 1/3 մասը 0.0001 ճշգրտությամբ
target_fraction_2 = 1/3
precision_2 = 0.0001
try:
result_2, terms_2 = calculate_angle_division(target_fraction_2, precision_2)
print(f"\nՕրինակ 2: Անկյան {target_fraction_2:.4f} մասը {precision_2} ճշգրտությամբ:")
print(f"  Մոտավոր արժեքը: {result_2:.6f}")
print(f"  Օգտագործված անդամների քանակը: {terms_2}")
print(f"  Սպասվող ճշգրիտ արժեքը: {target_fraction_2:.6f}")
print(f"  Սխալի առավելագույն սահմանը (1/2^{terms_2}): {1/(2**terms_2):.6f}")
except ValueError as e:
```

```
print(f"Սխալ: {e}")
```

Օրինակ 2: Անկյան 1/3 մասը 0.0001 ճշգրտությամբ:

Մոտավոր արժեքը: 0.333313

Օգտագործված անդամների քանակը: 14

Սպասվող ճշգրիտ արժեքը: 0.333333

Կազմված կոդը հանդիսանում է սույն հոդվածում ներկայացված ալգորիթմի ուղղակի իրականացում՝ անկյան բաժանման խնդրի համար և կարող է օգտագործվել անկյունների ճշգրիտ թվային բաժանումներ կատարելու համար:

Եզրակացություն

Դիտարկված անկյան բաժանման խնդիրը ցույց տվեց, թե ինչպես կարելի է կառուցել և կիրառել որոշակի թվային շարքեր անկյունը 2/3 և 1/3 մասերի բաժանելու համար: Մեթոդի հիմքում ընկած շարքերի զուգամիտության հատկությունը և մնացորդային անդամի գնահատման միջոցով անհրաժեշտ ճշտության ապահովումը ցույց են տալիս, որ համեմատաբար փոքր թվով անդամների գումարումը բավարար է բարձր ճշգրտության հասնելու համար (օրինակ՝ (10–11) անդամ՝ 10^{-3} ճշգրտության համար): Սույն աշխատանքի գիտական նշանակությունը կայանում է նրանում, որ դիտարկված մոտեցումը հնարավորություն է տալիս լուծել այն խնդիրները, որոնք դասական երկրաչափական կառուցումների շրջանակներում անլուծելի են և բացում է նոր հնարավորություններ մաթեմատիկական խնդիրների լուծման համար՝ օգտագործելով հաշվողական մեթոդներ և կիրառելով (Python կամ այլ ծրագրավորման լեզուներով) ժամանակակից ծրագրային լուծումներ: Այսպիսի մոտեցումները հատկապես արդիական են ժամանակակից աշխարհում, որտեղ թվային մոդելավորումը և մոտավոր հաշվարկները կենտրոնական դեր են խաղում գիտության և ինժեներության բազմաթիվ ոլորտներում:

Գրականության ցանկ

1. Պիսկունով Ն. Կ., Դիֆերենցիալ և Ինտեգրալ հաշիվներ: Բուհերի համար, 2, Երևան, Լույս, 1976, 656 էջ:
2. Гнеденко Б. В., Даниелян Э. А., Димитров Б. Н., Климов Г. П., Матвеев В. Ф., Приоритетные системы обслуживания - М.: МГУ, 1973.
3. Мартиросян А. Р., Критические риски в моделях коллективного страхования: Асимптотический анализ характеристик страховых моделей в критических ситуациях, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012, ISBN-13: 978-3-8484-3088-8, ISBN-10: 3848430886.
4. Фихтенгольц Г. М.; Курс дифференциального и интегрального исчисления, Том 2, Москва, 1970.

ALGORITHM FOR APPROXIMATE DIVISION OF AN ANGLE BY CONVERGENT SERIES. APPLICATIONS AND ACCURACY ASSESSMENT

Artak Martirosyan

Ph.D. in Physics and Mathematics

EUA, Chair of IT and Applied Mathematics

artrmart@gmail.com

Vardan Hayrapetyan
Doctor of Technical Sciences, Professor
EUA, Chair of IT and Applied Mathematics
vardan.hayrapetyan.56@mail.ru

Abstract

This work proposes an algorithm for approximate calculation by convergent series, which allows solving many current problems. Such approaches are especially relevant in the modern world, where numerical modeling and approximate calculations play a central role in many areas of science and engineering. In case of construction problems of geometry, which also have applications in a number of important areas, certain difficulties arise in solving them. In particular, such a problem is the problem of dividing an angle into three equal parts using only a compass and a ruler. In a number of practical applications, approximate division with some accuracy is also sufficient. In this work, the algorithm for approximate calculation by convergent series is considered on the example of the problem of dividing an angle into three equal parts, for which the calculation code was compiled using the Python program. The algorithm under consideration can have practical applications in such areas as:

- Design and manufacture of gears.
- Control of movements of machines with numerical coordinates using Computer Numerical Control (CNC).
- Design of extended optical components (special prisms, diffraction gratings or specialized lenses) in optical, scientific and other devices.
- Working with geometric data or performing spatial transformations in Machine Learning and neural networks, etc.

Keywords: Angle division, algorithm, numerical series, convergence, absolute error, calculation accuracy.

Ներկայացվել է՝ 21.09.2025թ.
Ուղարկվել է գրախոսման՝ 09.12.2025թ.